



UNIVERSIDAD NACIONAL ABIERTA
VICERRECTORADO ACADÉMICO
ÁREA DE MATEMÁTICA

MATEMÁTICA II (178 - 179)
Cód. Carreras: 126, 236, 280, 508,
237, 281, 610, 612, 613
Fecha: 27 / 04 /2020

INSTRUCTIVO PARA EL TRABAJO PRÁCTICO

1. El presente instructivo tiene como finalidad orientar el desarrollo de las actividades de estrategias sustitutivas, transitorias y finitas a realizarse solo por este Lapso Académico 2019-2, para el logro del 60% o más de los objetivos establecidos para la aprobación de la asignatura **MATEMÁTICA II**, código **178-179**; en concordancia con el Comunicado del Rector y demás Autoridades de la Universidad Nacional Abierta (UNA) de fecha 17-04-2020, la Resolución Rectoral N° 012 de fecha 21-04-2020 y los lineamientos emanados de los Subprogramas Diseño Académico y Áreas Académicas y Carreras.
2. Los Trabajos prácticos son estrictamente individuales y una producción inédita del estudiante, cualquier indicio que ponga en duda su originalidad, será motivo para su anulación. Queda a discreción del asesor o profesor corrector, solicitar una verificación de los objetivos contemplados en el mismo, mediante una video conferencia o cualquier otra estrategia. El trabajo debe ser enviado al **correo electrónico del asesor o a su whatsapp**.
3. El presente Trabajo Práctico consta de quince (15) preguntas. Se evalúan los objetivos desde I.1 hasta el IV.2 correspondientes a la asignatura **MATEMÁTICA II (178 - 179)**. En el cual se evidenciaran las competencias matemáticas y las destrezas adquiridas por el estudiante.

Requerimientos exigidos para desarrollar, presentar y aprobar los trabajos

4. Debes entregar por escrito el trabajo práctico a más tardar el **15 de Mayo 2020, SIN PRÓRROGA**, de acuerdo a los lineamientos emanados. Es necesario que para la entrega de estas actividades se sigan las orientaciones que presentamos a continuación:
 - 4.1 Responde de manera clara, ordenada, secuencial y argumentada el proceso seguido y las soluciones obtenidas al resolver el problema.
 - 4.2 Si usas un procesador de palabras debes usar como mínimo una letra tamaño 11 puntos y máximo 12 puntos, usa tipos de letra Arial o Times New Roman, emplea el editor de ecuaciones.
 - 4.3 Si vas a realizar el trabajo a mano, para ser enviado mediante un capture de imagen o Foto, usa letra legible y clara, preferiblemente hazlo en bolígrafo o marcador para facilitar su lectura, usar los símbolos matemáticos correspondientes y claramente escritos.
 - 4.4 El trabajo debe estar limpio y legible. Con un uso adecuado de la ortografía, los signos de puntuación
5. **LOS OBJETIVOS DEL TRABAJO SE EVALÚAN DE FORMA SUMATIVA UNA SOLA VEZ.** No existe la recuperación de los mismos.
6. **ESTÁ ATENTO A LOS CRITERIOS DE DOMINIO PARA EL LOGRO DEL OBJETIVO.** Recuerda el punto 4.1.
7. Los aspectos para la presentación del trabajo práctico son: (7.1) **portada**, la cual debes elaborar como se te indica a continuación (usa tu pc o a mano).

REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA

UNIVERSIDAD NACIONAL ABIERTA

Centro Local _____ Oficina de Apoyo _____

Asignatura: _____ Cód. _____

Nombre Completo
 Número de cédula de identidad,
 Fecha completa en la que entregó el trabajo
 Correo electrónico del estudiante

Resultados de Corrección

N° Objetivo	I.1	I.2	I.3	II.1	II.2	III.1	III.2
0= NL							
1= L							

(7.2) **Cuerpo del trabajo**, el cual contiene todas las respuestas a las actividades propuestas. Debe identificarlas con claridad con un título cada sección del trabajo e indicar el objetivo al que se corresponde cada una de ellas.

PREGUNTAS

PTA 1 OBJ I.1 Suponga que deseamos dar una demostración usando la definición formal de límite (definición ε - δ)

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+6}{x^4 - 4x^3 + x^2 + x + 6} = -1$$

Empezamos por escribir $\frac{x+6}{x^4 - 4x^3 + x^2 + x + 6} + 1$ en la forma $(x-3)g(x)$.

- Determine $g(x)$.
- ¿Podríamos elegir $\delta = \min(1, \varepsilon/n)$ para algún n ? Explique.
- Si elegimos $\delta = \min\left(\frac{1}{4}, \varepsilon/m\right)$. ¿Cuál es el entero más pequeño m que podríamos utilizar?

PTA 2 OBJ I.1 Sea $y = \sqrt{x}$ considere los puntos M, N y O de coordenadas (1,0), (0,1), (0,0) respectivamente, adicionalmente el punto P de coordenadas (x,y) en la grafica $y = \sqrt{x}$. Calcule:

- $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\text{perímetro de } \Delta NOP}{\text{perímetro de } \Delta MOP}$
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\text{área de } \Delta NOP}{\text{área de } \Delta MOP}$

CRITERIO DE DOMINIO Para el logro del objetivo I.1 Ud debe responder correctamente las preguntas 1 y 2 con todos sus apartados. Todas las respuestas deben estar justificadas con todos los cálculos involucrados

PTA 3 OBJ I.2 Calcular los siguientes límites:

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + 5 \cdot 3^{2x} - 7 \cdot 2^x}{6 - 5 \cdot 3^{2x} + 5 \cdot 2^{2x}}$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3 - n\sqrt{n^4 + 1}}{n + 1}$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x-2}{x+1} \right)^{3x-2}$
- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^2}{\sin \pi x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{tg^2(x)}{1-\cos(6x)}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos(1-\cos(x))}{x^4}$

CRITERIO DE DOMINIO Para el logro del objetivo I.2 Ud debe responder correctamente todos sus apartados antes planteados. Todas las respuestas deben estar justificadas con todos los cálculos involucrados

PTA 4 OBJ I.3 Sea $g: I \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $g(x) = \frac{1}{x}[x]$, $x \in I$. Determinar los puntos del intervalo $I = \left(0, \frac{m+1}{2}\right)$ donde g es continua, siendo m el último dígito distinto de nueve de tu número de cédula. **Nota.** Los corchetes denotan la función parte entera.

PTA 5 OBJ I.3 Iniciando a las 4am un excursionista escala lentamente hacia la cima de una montaña, a donde llega al mediodía. Al día siguiente, regresa por la misma ruta, iniciando a las 5 am; a las 11 de la mañana llega a pie de la montaña. Demuestre que en algún punto a lo largo de la ruta su reloj mostraba la misma hora en ambos días.

CRITERIO DE DOMINIO Para el logro del objetivo I.3 Ud debe responder correctamente las preguntas 4 y 5 completas. Todas las respuestas deben estar justificadas con todos los cálculos involucrados

PTA 6 OBJ II.1 En los siguientes problemas encuentre los puntos críticos y clasifícalos

$$(a) f(x) = \frac{64}{\operatorname{sen}(x)} + \frac{27}{\cos(x)} \text{ en } \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \quad (b) g(x) = x^2 + \frac{16x^2}{(8-x^2)} \text{ en } (8, \infty)$$

PTA 7 OBJ II.1 En la compra a plazos, a uno le gusta encontrar la tasa real de interés (tasa efectiva), pero por desgracia esto incluye resolver una ecuación complicada. Si hoy uno compra un artículo cuyo valor es \$P y acuerda pagarlo en pagos de \$R al final de cada mes durante k meses, entonces

$$P = \frac{R}{i} \left[1 - \frac{1}{(1+i)^k} \right]$$

Donde i es la tasa de interés mensual. Tom compró un automóvil usado por \$2000 y acordó pagarlo con abonos de \$100 al final de cada uno de los próximos 24 meses.

(a) Demuestre que i satisface la siguiente ecuación $20i(1+i)^{24} - (1+i)^{24} + 1 = 0$.

(b) Demuestre que el método de Newton para esta ecuación se reduce a:

$$i_{n+1} = i_n - \left[\frac{20i_n^2 + 19i_n - 1 + (1+i_n)^{-23}}{500i_n - 4} \right]$$

(c) Determine i , con una precisión de 5 decimales, iniciando con $i = 0.012$ y luego proporcione la tasa anual como porcentaje ($r = 1200i$).

CRITERIO DE DOMINIO Para el logro del objetivo II.1 Ud debe responder correctamente las preguntas 6 y 7 con todos sus apartados. Todas las respuestas deben estar justificadas con todos los cálculos involucrados

PTA 8 OBJ II.2 Elabora la gráfica de una función con las siguientes características.

- (a) Dominio el intervalo $(-5, 5)$.
- (b) Continua en el intervalo $(-5, 5)$ salvo en $x = 0$.
- (c) No es derivable en $x = -1$ y $x = 1$.
- (d) Creciente en el intervalo $(-5, 0)$.
- (e) Cóncava en el intervalo $(0, 5)$.

PTA 9 OBJ II.2 Dibuja, aproximadamente, la gráfica de una función f que cumpla con las siguientes condiciones:

- (a) Dominio de $f = \mathbb{R}$.
- (b) f es par.
- (c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.
- (d) $f(0) = 4$, $f\left(\frac{3}{2}\right) = -2$, $f(1) = f(2) = 0$.
- (e) $f'(x) < 0$ si $x \in \left(0, \frac{3}{2}\right)$.
- (f) $f''(x) > 0$ si $x \in (0, 1)$ y $f''(x) < 0$ si $x \in (1, +\infty)$.

CRITERIO DE DOMINIO Para el logro del objetivo II.2 Ud debe responder correctamente las preguntas 8 y 9 con todos sus apartados. Todas las respuestas deben estar justificadas con todos los cálculos involucrados.

PTA 10 OBJ III.1 Construye la matriz de la isometría que a cada vector lo rota 120° en dirección contraria al movimiento de las agujas de un reloj analógico.

PTA 11 OBJ III.1 Determina una matriz $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ x & y & z \end{pmatrix}$ tal que:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

CRITERIO DE DOMINIO Para el logro del objetivo III.1 Ud debe responder correctamente las preguntas 10 y 11. Todas las respuestas deben estar justificadas con todos los cálculos involucrados.

PTA 12 OBJ III.2 Juan, Pedro, Josefina y Belkys presentaron un examen de Matemática II, donde se pidió que exhibieran una solución del sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 3x + 2y - 5z = 1 \\ -x + y - 2z = 2 \\ 2x + 3y - 7z = 3 \end{cases}$$

Indica cuál estudiante presentó una solución de este sistema de ecuaciones.

- a. Juan señaló $x = -\frac{4}{5}$, $y = -\frac{4}{5}$, $z = 1$
- b. Josefina indicó $x = -\frac{1}{5}$, $y = -\frac{29}{5}$, $z = 2$
- c. Pedro señaló $x = 0$, $y = -8$, $z = 3$
- d. Belkys indicó $x = -\frac{6}{5}$, $y = -\frac{26}{5}$, $z = -3$

PTA 13 OBJ III.2 Usa el método de Gauss–Jordan para determinar en caso de ser posible los valores de $x, y \in \mathbb{R}$, tales que la matriz

$$M = \begin{pmatrix} 1 & y & y \\ x & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

sea invertible y halla la matriz inversa.

CRITERIO DE DOMINIO Para el logro del objetivo III.2 Ud debe responder correctamente las preguntas 12 y 13. Todas las respuestas deben estar justificadas con todos los cálculos involucrados.

Esta parte de la prueba debe ser resuelta ÚNICAMENTE por los estudiantes de la 178 (Administración y Contaduría)

PTA 14 OBJ IV.1 Suponga que el costo total, en dólares, $C(q)$, de producir q artículos viene dado por la expresión: $C(q) = 0.01q^3 - 0.6q^2 + 13q + 200$

Determine:

- a) ¿Cuál es el costo fijo?
- b) ¿Cuál es el costo variable?

- c) Los costos totales al producir 100 unidades
- d) La función costo promedio
- e) El costo promedio al producir 100 unidades
- f) La función costo marginal

CRITERIO DE DOMINIO. Para el logro del objetivo IV.1 Ud. debe responder correctamente todos sus apartados. Todas las respuestas deben estar justificadas con todos los cálculos involucrados.

PTA 15 OBJ IV.2

- a) Describa las características del Modelo Económico Input-Output desarrollado por Leontief.
- b) Considere la interacción de una cierta economía cerrada conformada por tres industrias que existan en su entorno, ciudad o municipio en que vive. Por ejemplo, si Ud. considera las industrias química, farmacéutica, y la de servicio de transporte que hay en su comunidad, deberá suponer lo que cada industria gasta en cada producción y lo que debe invertir para producir una unidad de cada bien en su propia producción y en la de los otros sectores. Estime la posible demanda externa de cada sector y utilice el Modelo Económico Input-Output desarrollado por Leontief, para determinar cuánto ha de producir cada industria para cubrir la demanda total requerida.

CRITERIO DE DOMINIO. Para el logro del objetivo IV.2 Ud. debe responder correctamente todos sus apartados. Todas las respuestas deben estar justificadas con todos los cálculos involucrados.

Esta parte de la prueba debe ser resuelta ÚNICAMENTE por los estudiantes de la 179 (Ingeniería, Matemática y Educ Matemática)

PTA 14 OBJ IV.1 Demuestre mediante el Método de Inducción Matemática que:

$$\sum_{i=1}^n i^3 = \frac{n^2 (n+1)^2}{4}$$

PTA 15 OBJ IV.2 Modele, plantee y de una posible solución, por medio de la construcción de un modelo matemático, a alguna situación o problema que exista en su entorno, ciudad o municipio en que vive. Por ejemplo, si Ud. considera la posible presencia, sin confirmar, del coronavirus en cierta población P de habitantes de un estado de Venezuela producto de un rumor; se podría estudiar la velocidad de propagación del mismo. Para ello, se puede adoptar un modelo matemático que indica que el número N de personas que en un instante t han oído el rumor, expresado por la relación:

$$N(t) = P(1 - e^{-Kt}) \text{ con } K \text{ cte., } K > 0, t \text{ en horas y } K \text{ en } (1 / \text{hora}).$$

Si $K=0,1$, se puede calcular el tiempo transcurrido para que el 60% de la población conozca el rumor y la velocidad de propagación del mismo en ese momento, aplicando el concepto de derivada como tasa de variación de una función para construir el modelo de la situación planteada.

Para la construcción de un modelo matemático (**Ver páginas 130-133 Matemática II. Módulo IV. (Cód.179)**) y presente un diagrama de flujo que muestre los pasos necesarios para la construcción del mismo.

Recuerde que para modelar y resolver la situación o problema planteado, debe aplicar conceptos relacionados con el cálculo diferencial o sistemas de ecuaciones lineales a problemas de física, ingeniería o economía.

FIN DEL TRABAJO